Transitorios RL en corriente continua

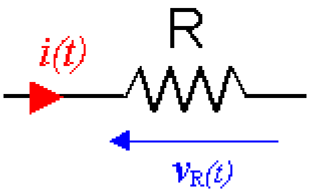
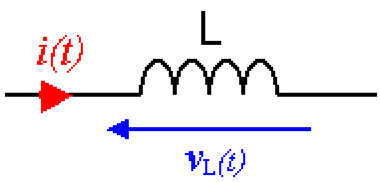
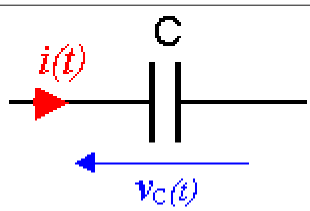
Cuando en un circuito producimos un cambio de las condiciones de trabajo, generalmente por variación de la tensión aplicada, se produce un periodo de transición hasta que el circuito queda en un régimen permanente estable.

El motivo del régimen transitorio está en la "*inercia eléctrica*" que poseen las bobinas y los condensadores, que impiden las variaciones instantáneas de tensión y de corriente.

El estudio del régimen transitorio utiliza un complejo y laborioso aparato matemático, con empleo del cálculo diferencial e integral, que aquí obviaremos en la medida de lo posible para resaltar las conclusiones y consecuencias prácticas de estos regímenes.

Respuesta en el tiempo de los distintos elementos

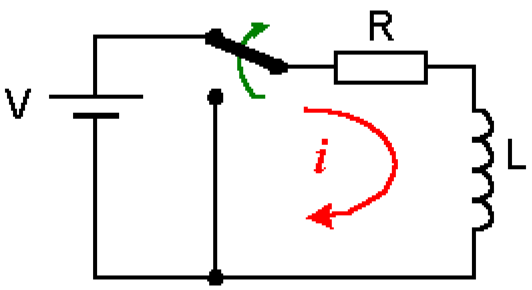
La variación de la tensión en extremos de un elemento a lo largo del tiempo en función de la intensidad que lo recorre responde a las siguientes leyes:

RESISTENCIA	BOBINA	CONDENSADOR
		
$v_R(t) = R \cdot i(t)$	$v_L(t) = L \dfrac{di(t)}{dt}$	$v_C(t) = \dfrac{1}{C}\int i(t)\, dt$

La variación de tensión en la resistencia es proporcional a la intensidad, mientras que en la bobina y en el condensador lo es a su derivada y a su integral respectivamente.

Conexión de una bobina

Suponemos una bobina de coeficiente de autoinducción **L** que se somete a una tensión **V** a través de una resistencia **R**.



Aplicando Kirchhoff:

$$V_L + V_R = V \quad \rightarrow \quad L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = V \quad \rightarrow \quad \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{V}{R}$$

Ecuación diferencial lineal de primer grado no homogénea cuya solución es la suma de la solución a la ecuación homogenea más una solución particular.

La solución particular se deduce del régimen permanente. Transcurrido el tiempo suficiente, la intensidad se estabilizará a un valor constante (por ser la fuente de tensión constante). En ese momento no hay variaciones de intensidad y la caída de tensión en la bobina desaparece.

$$V_{L\infty} + V_{R\infty} = V \quad \rightarrow \quad 0 + R \cdot I = V \quad \rightarrow \quad I = \frac{V}{R}$$

La solución a la ecuación homogenea, es del tipo

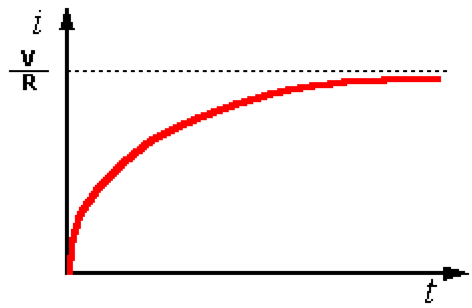
$$i = \frac{V}{R} + A \cdot e^{-\frac{1}{T} \cdot t} \quad con\; T = \frac{L}{R} \quad \rightarrow i = \frac{V}{R} + A \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$

Las constantes las obtenemos de los valores iniciales. Suponiendo que antes de conectar la intensidad era nula, también lo sería su derivada y por tanto la tensión en la bobina.

$$Para \quad t = 0 \quad \rightarrow \quad i_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{V}{R} + A \cdot e^0 = 0 \quad \rightarrow \quad A = \frac{-V}{R}$$

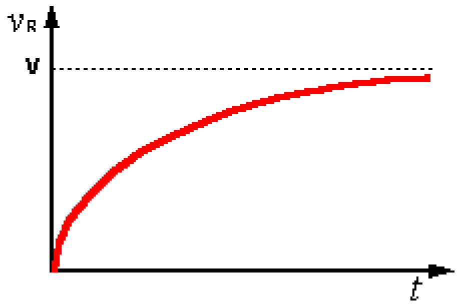
Sumando la solución de la ecuación homogenea y la solución particular obtenemos la ecuación de la intensidad en el tiempo.

$$i = \frac{V}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t})$$

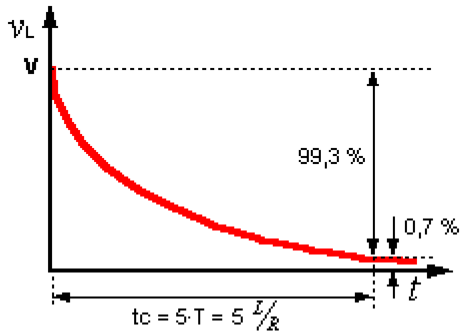


Por la ley de Ohm obtenemos la tensión en la resistencia y en la bobina

$$V_R = R \cdot i = V \cdot (1 - e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t})$$



$$V_L = V - V_R = V \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$



La tensión en la bobina decrece exponencialmente y al cabo de un tiempo en segundos igual al cociente L/R la tensión en la bobina se ha reducido en un 63,2% y después de 5 veces este tiempo en un 99,3% quedando una tensión residual de un 0,7% únicamente.

$$Para \quad t = T = \frac{L}{R} \quad \rightarrow \quad V_L = V \cdot e^{-1} = V \cdot 0{,}368 = 36{,}8\% \cdot V$$

$$Para \quad t = 5 \cdot T = 5 \cdot \frac{L}{R} \quad \rightarrow \quad V_L = V \cdot e^{-5} = V \cdot 0{,}007 = 0{,}7\% \cdot V$$

Después de ese periodo se suele considerar que la bobina está descargada (tardaría un tiempo infinito en llegar una tensión nula) y por ello se le llama tiempo de descarga, mientras que al valor L/R se le llama constante de tiempo.

- Constante de tiempo: **T = L/R**

- Tiempo de carga: **t_d = 5·T = 5·L/R**

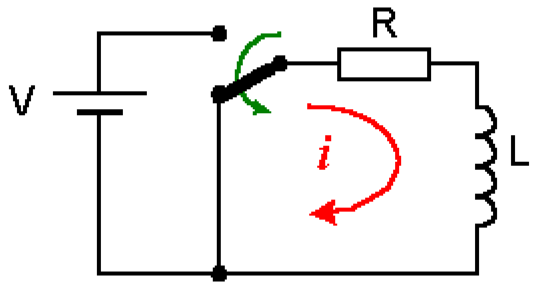
Cuando se conecta el circuito intenta establecerse una intensidad sólo limitada por la resistencia, pero la bobina se opone a este brusco aumento de intensidad creando una caída de tensión opuesta a la de la fuente. La bobina obliga a la intensidad a crecer cada vez más despacio y, a la vez, reduce su caída de tensión al ser menor la variación de intensidad.

Cuando la intensidad se estabiliza (no hay variación y su derivada es cero) la tensión en la bobina desaparece.

La bobina se opone a los crecimientos bruscos de intensidad.

Desconexión de una bobina

Suponemos que la bobina está conectada a una tensión **V** con intensidad estabilizada y por tanto caída de tensión nula en la bobina y en ese momento se descarga sobre la resistencia **R**.



Aplicando Kirchhoff:

$$V_L + V_R = 0 \quad \rightarrow \quad L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{L}{R} \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

Ecuación diferencial lineal de primer grado homogénea de solución:

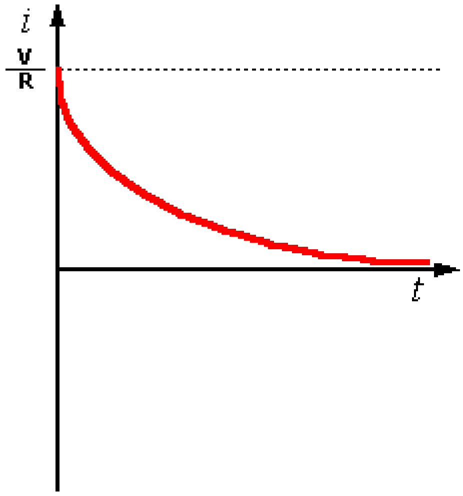
$$i = A \cdot e^{-\frac{1}{T} \cdot t} \quad con\ T = \frac{L}{R} \quad \rightarrow i = A \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$

De las condiciones iniciales (intensidad constante V/R y tensión nula en la bobina) optenemos

$$Para \quad t = 0 \quad \rightarrow \quad i_0 = \frac{V}{R} \quad \rightarrow \quad A \cdot e^0 = \frac{V}{R} \quad \rightarrow \quad A = \frac{V}{R}$$

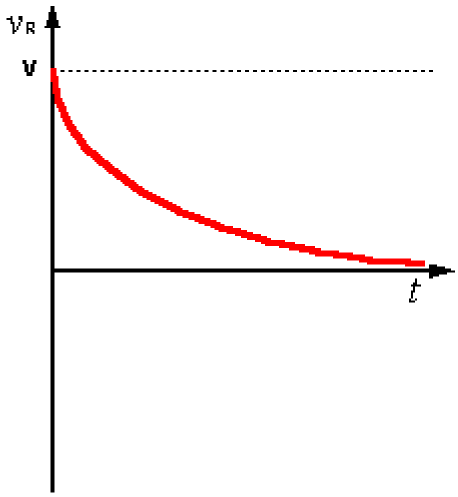
De donde se obtiene la ecuación solución para la intensidad.

$$i = \frac{V}{R} \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$

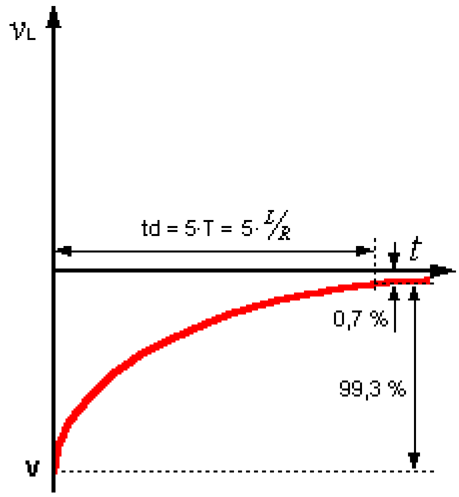


Aplicando la ley de Ohm obtenemos la tensión en la resistencia y la bobina

$$V_R = R \cdot i = V \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$



$$V_L = -V_R = -V \cdot e^{-\frac{1}{L/R} \cdot t}$$



(nótese el signo negativo en la tensión de la bobina debido a que su caída de tensión en la descarga es contrario al de carga, ya que en la carga se opone al crecimiento de corriente y en la descarga se opone a su descenso, siendo ella misma la que intenta mantener la intensidad en la misma dirección)

Al cabo de un tiempo en segundos igual al cociente L/R la bobina se ha descargado en un 63,2% y después de 5 veces este tiempo lo está al 99,3% quedando una tensión residual del 0,7%.

$$Para \quad t = T = \frac{L}{R} \quad \rightarrow \quad V_L = -V \cdot e^{-1} = -V \cdot 0{,}368 = -36{,}8\% \cdot V$$

$$Para \quad t = 5 \cdot T = 5 \cdot \frac{L}{R} \quad \rightarrow \quad V_L = -V \cdot e^{-5} = -V \cdot 0{,}007 = -0{,}7\% \cdot V$$

Después de ese periodo se suele considerar que la bobina está totalmente descargada (tardaría un tiempo infinito en llegar una tensión nula) y por ello se le llama tiempo de descarga, mientras que al valor L/R se le llama constante de tiempo.

- Constante de tiempo: **T = L/R**

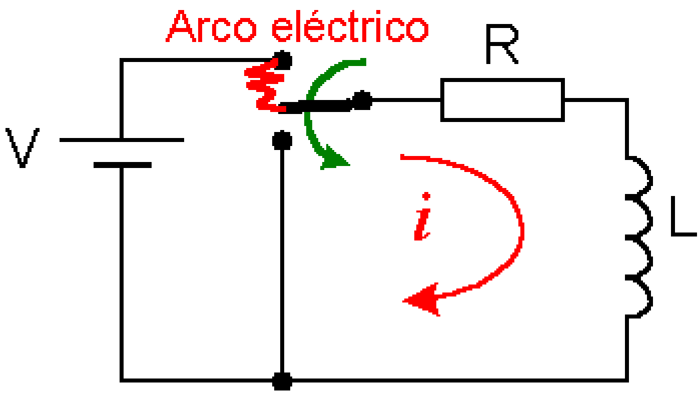
- Tiempo de carga: $t_d = 5 \cdot T = 5 \cdot L/R$

Conclusiones

- Los tiempos de carga y descarga dependen sólo de los valores de resistencia y capacidad y no de las tensiones o corrientes establecidas.

- La bobina no se puede descargar instantáneamente, su "inercia eléctrica" se opone a los cambios bruscos de corriente, variando exponencialmente.

- Debido a la característica anterior un circuito con bobinas no permite interrupir la corriente de forma instantánea. Por ello al intentar abrir un interruptor que regula un circuito con inductancias, se produce un arco eléctrico (chispa) entre sus contactos, ya que la interrupción instantanea de la corriente no es posible.



- En régimen permanente, transcurrido tiempo suficiente, las bobinas se comportan como cortocircuitos en corriente continua, dejando circular sin oposición la intensidad (caída de tensión nula).