Transitorios RC en corriente continua

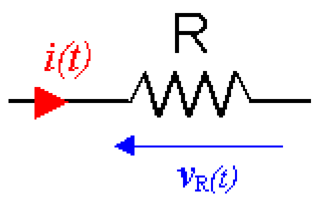
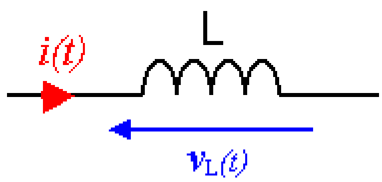
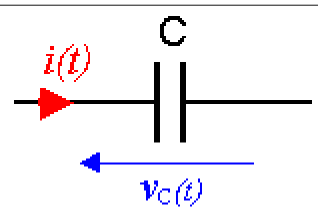
Cuando en un circuito producimos un cambio de las condiciones de trabajo, generalmente por variación de la tensión aplicada, se produce un periodo de transición hasta que el circuito queda en un régimen permanente estable.

El motivo del régimen transitorio está en la "*inercia eléctrica*" que poseen las bobinas y los condensadores, que impiden las variaciones instantáneas de tensión y de corriente.

El estudio del régimen transitorio utiliza un complejo y laborioso aparato matemático, con empleo del cálculo diferencial e integral, que aquí obviaremos en la medida de lo posible para resaltar las conclusiones y consecuencias prácticas de estos regímenes.

Respuesta en el tiempo de los distintos elementos

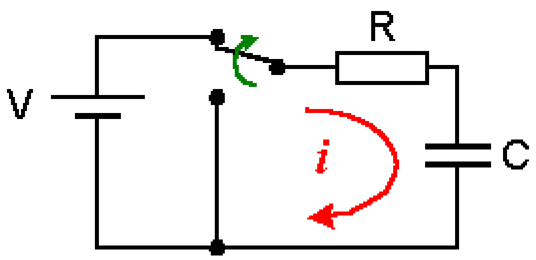
La variación de la tensión en extremos de un elemento a lo largo del tiempo en función de la intensidad que lo recorre responde a las siguientes leyes:

RESISTENCIA	BOBINA	CONDENSADOR
		
$v_R(t) = R \cdot i(t)$	$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$	$v_C(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$

La variación de tensión en la resistencia es proporcional a la intensidad, mientras que en la bobina y en el condensador lo es a su derivada y a su integral respectivamente.

Carga de un condensador

Suponemos un condensador de capacidad **C** con carga inicial **V₀** que se somete a una tensión **V** a través de una resistencia **R**.



Aplicando Kirchhoff:

$$V_R + V_C = V \quad \rightarrow \quad R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = V$$

Derivando

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0 \quad \rightarrow \quad R \cdot C \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

Ecuación diferencial lineal de primer grado homogénea de solución:

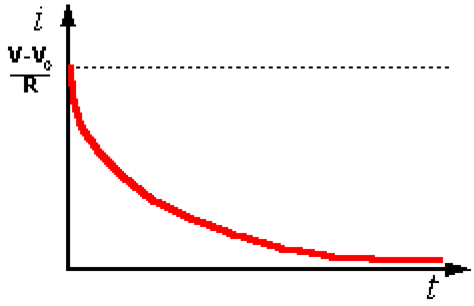
$$i = A \cdot e^{-\frac{1}{T} \cdot t} \quad con\ T = R \cdot C \quad \rightarrow i = A \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

De las condiciones iniciales optenemos

$$Para \quad t=0 \quad \left\{ \begin{array}{l} i_0 = A \cdot e^0 = A \\ V_{R0} + V_{C0} = V \rightarrow R \cdot i_0 + V_0 = V \end{array} \right\} A = \frac{V - V_0}{R}$$

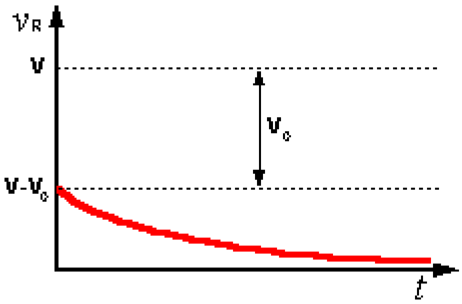
De donde se obtiene la ecuación solución para la intensidad

$$i = \frac{V - V_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

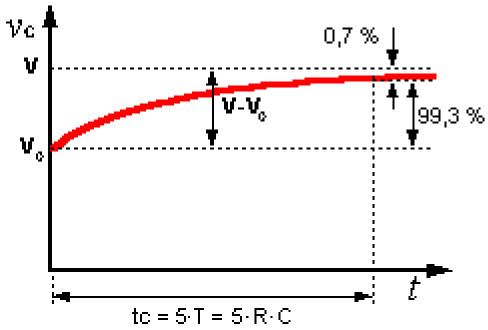


Por la ley de Ohm obtenemos la tensión en la resistencia y en el condensador

$$V_R = R \cdot i = (V - V_0) \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

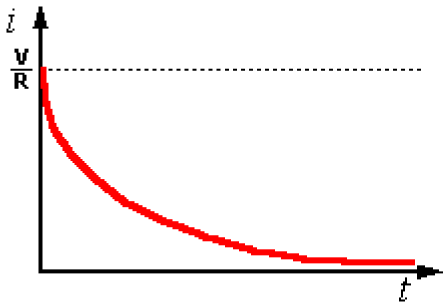


$$V_C = V - V_R = V - (V - V_0) \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

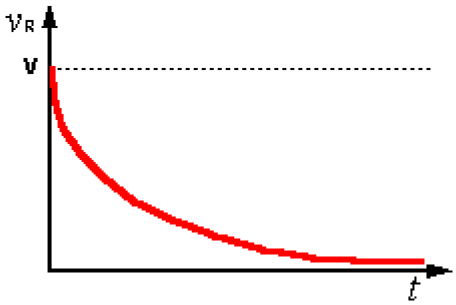


Si suponemos el condensador inicialmente descargado: **$V_0 = 0$**.

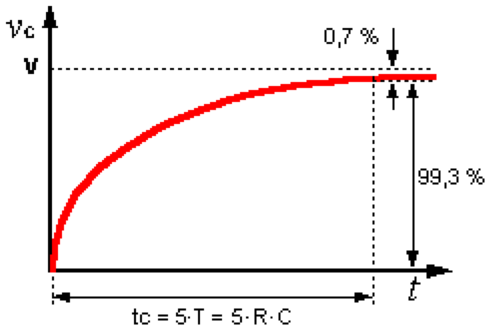
$$i = \frac{V}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$



$$V_R = V \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$



$$V_C = V \cdot (1 - e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t})$$



Al cabo de un tiempo en segundos igual al producto R·C el condensador está cargado en un 63,2% y después de 5 veces este tiempo lo está al 99,3%.

$$Para \quad t = T = R \cdot C \quad \rightarrow \quad V_C = V \cdot (1 - e^{-\frac{R \cdot C}{R \cdot C}}) = V \cdot (1 - e^{-1}) = V \cdot 0{,}632 = 63{,}2\% \cdot V$$

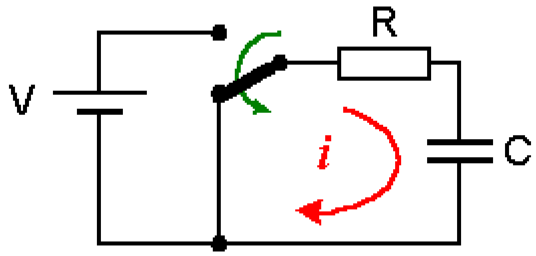
$$Para \quad t = 5 \cdot T = 5 \cdot R \cdot C \quad \rightarrow \quad V_C = V \cdot (1 - e^{-\frac{5 \cdot R \cdot C}{R \cdot C}}) = V \cdot (1 - e^{-5}) = V \cdot 0{,}993 = 99{,}3\% \cdot V$$

Después de ese periodo se suele considerar que el condensador está cargado (tardaría un tiempo infinito en llegar a la tensión de la fuente) y por ello se le llama tiempo de carga, mientras que al valor R·C se le llama constante de tiempo.

- Constante de tiempo: **T = R·C**
- Tiempo de carga: **t_C = 5·T = 5·R·C**

Descarga de un condensador

Suponemos que el condensador está inicialmente cargado a la tensión **V_0** y se descarga sobre la resistencia **R**.



Aplicando Kirchhoff:

$$V_R + V_C = 0 \quad \rightarrow \quad R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i \cdot dt = 0$$

Derivando esta ecuación con respecto al tiempo

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0 \quad \rightarrow \quad R \cdot C \cdot \frac{di}{dt} + i = 0$$

Ecuación diferencial lineal de primer grado homogénea de solución:

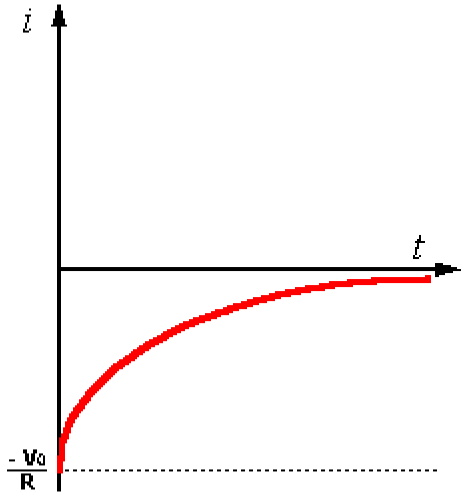
$$i = A \cdot e^{-\frac{1}{T} \cdot t} \quad con\ T = R \cdot C \quad \rightarrow i = A \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

De las condiciones iniciales optenemos

$$Para \quad t = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} i_0 = A \cdot e^0 = A \\ V_{R0} + V_{C0} = 0 \rightarrow R \cdot i_0 + V_0 = 0 \end{array} \right\} A = \frac{-V_0}{R}$$

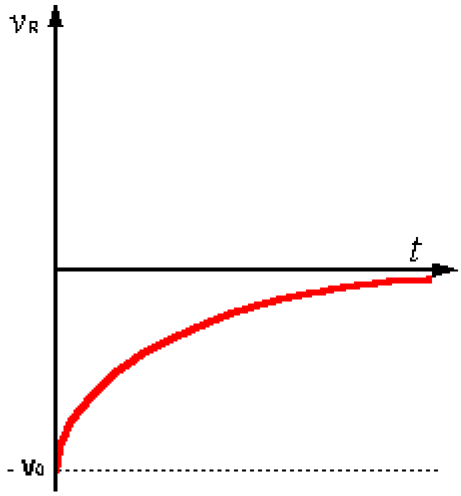
De donde se obtiene la ecuación solución para la intensidad (nótese el signo negativo debido a que el sentido de la intensidad en la descarga es contrario al de carga).

$$i = \frac{-V_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

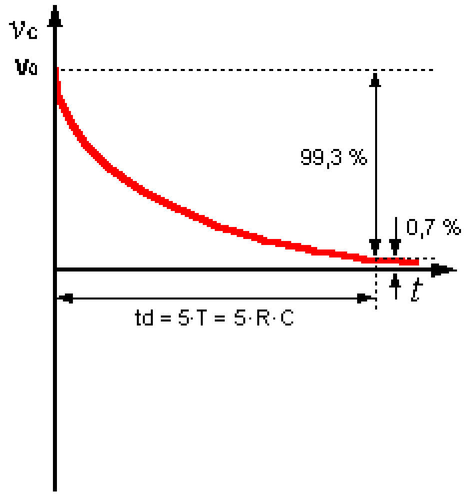


Aplicando la ley de Ohm obtenemos la tensión en la resistencia y el condensador

$$V_R = R \cdot i = -V_0 \cdot e^{-\frac{1}{R C} \cdot t}$$



$$V_C = -V_R = V_0 \cdot e^{-\frac{1}{R C} \cdot t}$$



Al cabo de un tiempo en segundos igual al producto R·C el condensador se ha descargado en un 63,2% y después de 5 veces este tiempo lo está al 99,3% quedando una tensión residual del 0,7%.

$$Para \quad t = T = R \cdot C \quad \rightarrow \quad V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{R C}{R C}} = V_0 \cdot e^{-1} = V_0 \cdot 0{,}368 = 36{,}8\% \cdot V_0$$

$$Para \quad t = 5 \cdot T = 5 \cdot R \cdot C \quad \rightarrow \quad V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{5 \cdot R \cdot C}{R C}} = V_0 \cdot e^{-5} = V_0 \cdot 0{,}007 = 0{,}7\% \cdot V_0$$

Después de ese periodo se suele considerar que el condensador está totalmente descargado (tardaría un tiempo infinito en llegar una tensión nula) y por ello se le llama tiempo de carga, mientras que al valor R·C se le llama constante de tiempo.

- Constante de tiempo: **T = R·C**
- Tiempo de carga: **t_d = 5·T = 5·R·C**

Conclusiones

- Los tiempos de carga y descarga dependen sólo de los valores de resistencia y capacidad y no de las tensiones o corrientes establecidas.

- El condensador no se puede descargar instantáneamente, su "inercia eléctrica" se opone a los cambios bruscos de tensión, variando exponencialmente.

- En régimen permanente, transcurrido tiempo suficiente, los condensadores se comportan como circuitos abiertos en corriente continua, no dejando circular intensidad mas que en el periodo transitorio de carga.